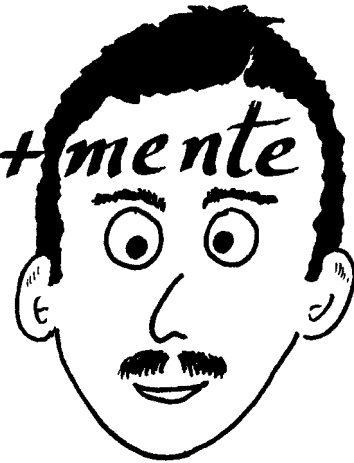


30

*Simple+mente
física*

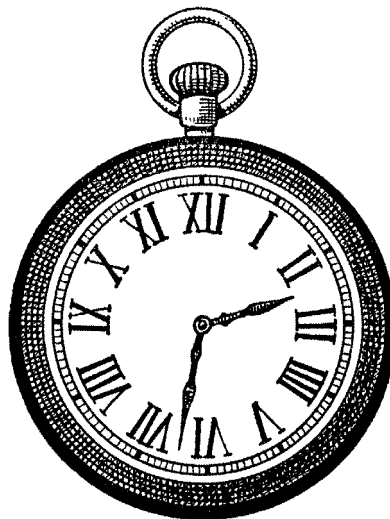


Reloj, no marques las horas...

(20 - 24 octubre 2003)

En un pueblo han decidido que los relojes ya no suenen a las horas en punto, sino que lo hagan cuando coincidan las posiciones de sus agujas.

¿Cuánto tiempo transcurre entre dos coincidencias sucesivas de las agujas de los relojes de este pueblo?



AVISO: El objeto de *Simple+mente física* no va más allá del placer que proporciona plantearse y resolver sencillas cuestiones razonando (y experimentando) de acuerdo con principios básicos de la física. No hay ningún tipo de compensación, excepto la satisfacción personal y no van dirigidas a ningún grupo de personas en particular (es decir, están abiertas a todo el mundo).

El primer día hábil de cada semana se presentará una nueva cuestión y la respuesta a la cuestión de la semana anterior.

Rafael Garcia Molina - Departamento de Física, Universidad de Murcia (rgm@um.es)

<http://bohr.fcu.um.es/miembros/rgm/s+mf/>

RESPUESTA

Núm. 30: Reloj, no marques las horas...

(20 - 24 octubre 2003)

En un pueblo han decidido que los relojes ya no suenen a las horas en punto, sino que lo hagan cuando coincidan las posiciones de sus agujas.

¿Cuánto tiempo transcurre entre dos coincidencias sucesivas de las agujas de los relojes de este pueblo?



Resp.: En lo que sigue, designaremos por "H" y "M" a las agujas que indican las horas y los minutos, respectivamente. Mediremos los ángulos en sentido horario (¡como cabía esperar!) desde la posición correspondiente a las doce en punto.

Las velocidades angulares de las agujas que indican las horas y los minutos son $\omega_H = 360^\circ/720 \text{ min} = 0.5^\circ/\text{min}$ y $\omega_M = 360^\circ/60 \text{ min} = 6^\circ/\text{min}$, respectivamente.

Consideremos que las dos agujas parten simultáneamente de 0° (las doce en punto); puesto que M va más deprisa que H, cuando transcurran 60 min, M habrá recorrido 360° (estará en la posición de las doce), mientras que H habrá recorrido tan sólo 30° (estará en la posición de la una).

Después de que hayan transcurrido estos 60 minutos, veamos cuánto tiempo transcurre para que M (situado inicialmente en $\theta_{0,M} = 0^\circ$) alcance a H (situado inicialmente en $\theta_{0,H} = 30^\circ$). Para ello tenemos en cuenta que los ángulos que subtienden M y H respecto de 0° evolucionan con el tiempo según las expresiones $\theta_M = \theta_{0,M} + t\omega_M$ y $\theta_H = \theta_{0,H} + t\omega_H$. Las posiciones de M y H coincidirán cuando $\theta_M = \theta_H$, lo cual implica que el tiempo transcurrido es $t = (\theta_{0,H} - \theta_{0,M})/(\omega_M - \omega_H)$; sustituyendo los valores correspondientes, obtenemos $t = 60/11 = 5.4545\dots$ min.

Así pues, desde que ambas agujas estaban juntas en las doce en punto, han tenido que transcurrir $65.4545\dots$ min para que vuelvan a coincidir;¹ el razonamiento precedente puede generalizarse a cualquier hora. Así, pues, las agujas de los relojes del pueblo coinciden cada $65.4545\dots$ min.

También podíamos haber obtenido el mismo resultado si nos damos cuenta que la velocidad de M es 12 veces la velocidad de H, de manera que en el tiempo que H da una vuelta completa, M da 12 vueltas. O, lo que es lo mismo, cuando M ha completado una vuelta, H sólo ha recorrido la doceava parte de una vuelta; después de esa primera vuelta (en la cual M siempre ha ido por delante de H), M alcanzará 11 veces a H, hasta que ambas agujas coinciden en las doce en punto. Como una vuelta completa de H dura 720 min y las agujas sólo coinciden 11 veces, el tiempo transcurrido entre dos coincidencias sucesivas es $720/11=65.4545\dots$ min.

¹ Recuérdese que $5.4545\dots$ minutos es el tiempo que tarda en alcanzar M a H después de que hayan transcurrido los 60 minutos iniciales para que M y H estén, respectivamente, en las posiciones de las doce y la una en punto.